

2015年理工(数・建築・電気電子情報工)第1問

1 次の文章の ア から ヨ までに当てはまる数字0~9を求めなさい。

(1) ある商店街のくじは、「A賞」「B賞」「C賞」「はずれ」が、それぞれ $\frac{1}{4}$ の確率で出るといふ。4人がそれぞれ1回ずつこのくじを引くとする。

(i) 誰も「はずれ」を引かない確率は $\frac{\begin{array}{|c|c|} \hline \text{ア} & \text{イ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{ウ} & \text{エ} & \text{オ} \\ \hline \end{array}}$ である。

(ii) 少なくとも1人が「A賞」を引く確率は $\frac{\begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{カ} & \text{キ} & \text{ク} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{ケ} & \text{コ} & \text{サ} \\ \hline \end{array}}$ である。

(iii) 4人のうち、誰か1人だけが「A賞」を引く確率は $\frac{\begin{array}{|c|c|} \hline \text{シ} & \text{ス} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline \text{セ} & \text{ソ} \\ \hline \end{array}}$ である。

(iv) 「A賞」「B賞」「C賞」「はずれ」がそれぞれ1つずつ出る確率は $\frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{タ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|c|} \hline \text{チ} & \text{ツ} \\ \hline \end{array}}$ である。

(2) $n = 0, 1, 2, \dots$ に対して、関数 $f_n(x)$ を

$$f_0(x) = 1 \quad \left(0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

$$f_n(x) = \frac{x}{2} - \frac{\cos x}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f_{n-1}(t) \sin t dt \quad \left(n = 1, 2, 3, \dots, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

によって定める。このとき、

$$c_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f_{n-1}(t) \sin t dt$$

とおくと、

$$c_1 = \begin{array}{|c|} \hline \text{テ} \\ \hline \end{array}$$

$$c_n = \frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{ト} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{ナ} \\ \hline \end{array}} - \frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{ニ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{ヌ} \\ \hline \end{array}} c_{n-1}$$

である。したがって

$$c_n = \frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{ネ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{ノ} \\ \hline \end{array}} + \frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{ハ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{ヒ} \\ \hline \end{array}} \cdot \left(-\frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{フ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{ヘ} \\ \hline \end{array}}\right)^{n-1}$$

であり、各 x に対して

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) = \frac{x}{2} - \frac{\begin{array}{|c|} \hline \text{ホ} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \text{マ} \\ \hline \end{array}} \cos x$$

となる。

(3) 実数 a に対し、 x の方程式

$$\log_2 |x - a| = \log_4(x - 2)$$



を考える. この方程式を満たす実数の個数を a の値で分類すると,

(i) $a < \frac{\boxed{\text{ミ}}}{\boxed{\text{ム}}}$ のとき 0 個

(ii) $a = \frac{\boxed{\text{メ}}}{\boxed{\text{モ}}}$, $\boxed{\text{ヤ}}$ のとき $\boxed{\text{ユ}}$ 個

(iii) (i), (ii) 以外 のとき $\boxed{\text{ヨ}}$ 個である.