

2015年理工(情報科・工業化・機械工・土木工)第3問

3 正の定数 a ($a \neq 1$) に対して, 2次関数 $f(x)$ を

$$f(x) = ax(1-x)$$

と定める. 曲線 $C: y = f(x)$ の点 $(1, 0)$ における接線を l_1 , 直線 $y = -x$ を l_2 とする. 曲線 C の $x \leq 1$ の部分と 2直線 l_1, l_2 で囲まれる部分の面積を S で表し, また, この部分を x 軸の周りに 1 回転してできる図形の体積を V で表す.

- (1) 直線 l_1, l_2 の交点の座標を a を用いて表せ.
- (2) S を a を用いて表せ.
- (3) 定数 a は $a > 1$ を満たすものとする. 2直線 l_1, l_2 と x 軸で囲まれる部分を x 軸の周りに 1 回転してできる図形の体積を U で表すとき,

$$\frac{30a^3}{(a-1)^4\pi}(V-U)$$

を a の 1 次式で表せ.

- (4) $\lim_{a \rightarrow 1+0} (a-1)^2 V$ の値を求めよ.