2012 年 理（数） 第 2 問

$\boxed{2}$ s，t を実数とし，$0 < s < 1$ とする．座標空間内の 3 点

$$\mathrm{P}((2-s)+s\cos t,\ 0,\ (2-s)+s\sin t),$$

$$\mathrm{Q}\left(\frac{2-s}{\sqrt{2}}+\frac{s}{\sqrt{2}}\cos t,\ \frac{2-s}{\sqrt{2}}+\frac{s}{\sqrt{2}}\cos t,\ (2-s)+s\sin t\right),$$

$$\mathrm{R}(0,\ 0,\ (2-s)+s\sin t)$$

について，次の問いに答えよ．

(1) P，Q，R を含む平面の方程式を求めよ．

(2) RP ＝ RQ を示せ．

点 Q は，点 R を中心とし RP を半径とする円周上に存在する．このとき，弦 PQ に対する弧 PQ と，半径 RP および半径 RQ で囲まれる扇形を C とする．ただし，C の中心角 $\angle\mathrm{PRQ}$ は π 以下とする．

(3) C の面積を s と t を用いて表せ．

(4) t が $-\dfrac{\pi}{2} \leqq t \leqq \dfrac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき，R の z 座標の動く範囲を s を用いて表せ．

(5) t が $-\dfrac{\pi}{2} \leqq t \leqq \dfrac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき，扇形 C が通過する部分の体積 V_1 を s を用いて表せ．

(6) t が $\dfrac{\pi}{2} \leqq t \leqq \dfrac{3\pi}{2}$ の範囲を動くとき，扇形 C が通過する部分の体積 V_2 を s を用いて表せ．

(7) 上の (5)，(6) の V_1，V_2 に対して，s が $\dfrac{1}{4} \leqq s \leqq \dfrac{1}{2}$ の範囲を動くときの $V_1 - V_2$ の最大値とそのときの s の値を求めよ．