

2012年 理工（数・建築・電気電子情報工）第2問

2  $a$  を正の定数とし、座標平面において放物線  $C: y = ax^2$  上の点  $P(t, at^2)$  を考える。ただし、 $t > 0$  とする。点  $P$  における  $C$  の接線  $l$  と  $x$  軸の交点を  $R$  とする。 $x$  軸上の点  $Q$  を、 $RP = RQ$  を満たし、その  $x$  座標が  $R$  の  $x$  座標より大きいものとする。

- (1) 点  $P$  を通り  $l$  と直交する直線の方程式を求めよ。
- (2) 点  $Q$  の座標を求めよ。
- (3) 直線  $l$  と点  $P$  において接し  $x$  軸とも接する円で、中心が第1象限にあるものを考える。この円の中心の座標を  $(q, r)$  とするとき、 $q, r$  を  $t$  と  $a$  を用いて表せ。
- (4) (3) の  $q, r$  に対して、 $t$  が  $0$  に限りなく近づくときの、 $\frac{q}{t}$ ,  $\frac{r}{t^2}$ ,  $\frac{r}{q^2}$  の極限值をそれぞれ求めよ。