

# 福井大学

2012年 教育地域科学 第2問

2 四面体OABCにおいて、 $OA = 2$ 、 $OB = \sqrt{2}$ 、 $OC = 1$ であり、 $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$ 、 $\angle AOC = \frac{\pi}{3}$ 、 $\angle BOC = \frac{\pi}{4}$ であるとする。また、3点O、A、Bを含む平面を $\alpha$ とし、点Cから平面 $\alpha$ に下ろした垂線と $\alpha$ との交点をH、平面 $\alpha$ に関してCと対称な点をDとする。 $\vec{OA} = \vec{a}$ 、 $\vec{OB} = \vec{b}$ 、 $\vec{OC} = \vec{c}$ とおくとき、以下の問いに答えよ。

- (1)  $\vec{OH}$ 、 $\vec{OD}$ を $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ を用いて表せ。
- (2) 四面体OABCの体積を求めよ。
- (3)  $\triangle ABC$ の重心をGとし、面OAB上の点Pで $CP + PG$ を最小にする点を $P_0$ とする。このとき、 $\vec{OP}_0$ を $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ を用いて表し、 $CP_0 + P_0G$ の値を求めよ。