

2014年薬学部(薬)第3問

3 Oを原点とする $xyz$ 空間の $x$ 軸上,  $y$ 軸上,  $z$ 軸上にそれぞれ点A, B, Cがあり,  $AB = 3$ ,  $AC = 2$ であるという. そのとき,  $BC = a$ とおき, 三角形ABCの面積を $S$ とおく.

(1)  $a$ の取りうる値の範囲は

$$\sqrt{\boxed{\text{ア}}} \leq a \leq \sqrt{\boxed{\text{イ}} \boxed{\text{ウ}}}$$

である.

(2) (i)  $\cos \angle BAC = \frac{1}{\boxed{\text{エ}} \boxed{\text{オ}}} (-a^2 + \boxed{\text{カ}} \boxed{\text{キ}})$ である.

(ii)  $S^2 = \frac{1}{\boxed{\text{ク}} \boxed{\text{ケ}}} (-a^4 + \boxed{\text{コ}} \boxed{\text{サ}} a^2 - \boxed{\text{シ}} \boxed{\text{ス}})$ である.

(3)  $OA = x$ とおいて,  $S^2$ を $x$ を用いて表すと

$$S^2 = -\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}} x^4 + \boxed{\text{タ}}$$

となる.

(4)  $S = 2\sqrt{2}$ のとき, 四面体OABCに内接する球(すなわち, 中心がこの四面体の内部にあって, すべての面と1点のみを共有する球)の半径を $r$ とおく.

(i)  $r = \frac{\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{1 + \boxed{\text{ツ}} \sqrt{\boxed{\text{テ}}} + \sqrt{\boxed{\text{ト}} \boxed{\text{ナ}}}}$ である.

(ii)  $r = \boxed{\text{ニ}} \sqrt{\boxed{\text{チ}}} - \boxed{\text{ヌ}} \sqrt{\boxed{\text{テ}}} + \boxed{\text{ネ}} \sqrt{\boxed{\text{ト}} \boxed{\text{ナ}}} - \boxed{\text{ノ}}$ となる.