# 東京理科大学

2015年 理（数・物・化） 第1問

$\boxed{1}$ 次の $\boxed{\phantom{ア}}$ にあてはまる0から9までの数字を求めよ．

(1) 座標平面上に3点A$(-1,\ 0)$，B$(1,\ 0)$，C$(0,\ 1)$がある．

(ⅰ) 楕円

$$E:\quad \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{b^2}=1\quad (b>0)$$

は2点A，Bを焦点としてもつとする．このとき，$b=\sqrt{\boxed{ア}}$ である．

(ⅱ) 2点A，Cを通る直線と，(ⅰ)で定めた楕円 $E$ の交点をP$(x_0,\ y_0)$ $(x_0>0)$ とすると，

$$x_0=-\frac{\boxed{イ}}{\boxed{ウ}}+\frac{\boxed{エ}}{\boxed{オ}}\sqrt{\boxed{カ}},\quad y_0=\frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}+\frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}\sqrt{\boxed{サ}}$$

である．

(ⅲ) (ⅱ)で定めた点Pに対して，PB＋PC $=\boxed{シ}-\sqrt{\boxed{ス}}$ である．QB＋QC $=\boxed{シ}-\sqrt{\boxed{ス}}$ となるような点Q$(x,\ y)$の軌跡の方程式は

$$\frac{(x-y)^2}{\alpha}+\frac{(x+y-\gamma)^2}{\beta}=1$$

である．このとき，

$$\alpha=\boxed{セ}-\boxed{ソ}\sqrt{\boxed{タ}},\quad \beta=\boxed{チ}-\boxed{ツ}\sqrt{\boxed{テ}},\quad \gamma=\boxed{ト}$$

となる．

(2) 座標平面上の原点O$(0,\ 0)$，点A$(2,\ 2)$，点B$(k,\ 0)$を通り，軸が $y$ 軸に平行な放物線を $C$ とする．ただし，$k>2$ とする．

(ⅰ) 放物線 $C$ の方程式を $k$ を用いて表すと，

$$y=-\frac{\boxed{ナ}}{k-\boxed{ニ}}x^2+\frac{k}{k-\boxed{ヌ}}x$$

である．

(ⅱ) 放物線 $C$ と $x$ 軸で囲まれた部分の面積 $S$ を $k$ を用いて表すと，

$$S=\frac{k^{\boxed{ネ}}}{\boxed{ノ}\,(k-\boxed{ハ})^{\boxed{ヒ}}}$$

である．また，$k$ を $k>2$ の範囲で動かすとき，$S$ の最小値は $\dfrac{\boxed{フ}}{\boxed{ヘ}}$ であり，そのときの $k$ の値は $k=\boxed{ホ}$ である．

(iii) 放物線$C$と$x$軸で囲まれた部分を放物線$C$の軸のまわりに1回転してできる回転体の体積$V$を$k$を用いて表すと，

$$V = \frac{k^{\boxed{\text{マ}}}}{\boxed{\text{ミ}}\boxed{\text{ム}}(k - \boxed{\text{メ}})^{\boxed{\text{モ}}}}\pi$$

である．また，$k$を$k > 2$の範囲で動かすとき，$V$の最小値は$\dfrac{\boxed{\text{ヤ}}\boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}\boxed{\text{ラ}}}\pi$であり，そのときの$k$の値は$k = \dfrac{\boxed{\text{リ}}}{\boxed{\text{ル}}}$である．