

2015年工（工業化・経営工・機械工）第1問

1 内に0から9までの数字を1つずつ入れよ。与えられた枠数より少ない桁の数があてはまる場合は、上位の桁を0として、右に詰めた数値としなさい。分数は既約分数とし、値が整数の場合は分母を1としなさい。根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

(1) a を0でない実数の定数とし、曲線 $C: y = ax^2 - 1$ および直線 $l: x + y = 0$ を考える。

(i) $a = 1$ とする。曲線 C 上の2点 (,) と (, -) は直線 l に関して対称である。

(ii) 曲線 C 上に、直線 l に関して対称である、異なる2点が存在するとき、定数 a のとり得る値の範囲は

$$a > \frac{\text{オ}}{\text{カ}}$$

である。

(2) 座標平面上に4点 $A(0, 0)$, $B(2\sqrt{3}, 2)$, $C(2\sqrt{3} - 1, \sqrt{3} + 2)$, $D(-1, \sqrt{3})$ を頂点とする長方形 $ABCD$ がある。点 P_0 を辺 AB の中点とし、条件

$$\angle P_0P_1B = \angle P_2P_1C, \quad \angle P_1P_2C = \angle P_3P_2D, \quad \angle P_2P_3D = \angle P_4P_3A$$

を満たすように、辺 BC , CD , DA , AB 上にそれぞれ点 P_1, P_2, P_3, P_4 を図のようにとる。

点 P_4 の x 座標 x_4 が $\sqrt{3} < x_4 < 2\sqrt{3}$ を満たすとき、点 P_1, P_2, P_3 の x 座標 x_1, x_2, x_3 のとり得る値の範囲はそれぞれ

$$\text{ア} \sqrt{\text{イ}} - \frac{\text{ウ}}{\text{エ}} < x_1 < \text{オ} \sqrt{\text{カ}} - \frac{\text{キ}}{\text{ク}},$$

$$\frac{\text{ケ}}{\text{コ}} \times \sqrt{\text{サ}} - \text{シ} < x_2 < \sqrt{\text{ス}} - \text{セ},$$

$$-\frac{\text{ソ}}{\text{タ}} < x_3 < -\frac{\text{チ}}{\text{ツ}}$$

である。

(3) a を実数の定数とし、 x に関する方程式 $\frac{\log(3 - x^2 + 2x)}{\log(x - a)} = 2$ を考える。この方程式が実数解をもつとき、実数 a のとり得る値の範囲は

$$\text{ア} - \text{イ} \sqrt{\text{ウ}} \leq a < \sqrt{\text{エ}},$$

$$\sqrt{\text{オ}} < a < \text{カ}$$

である。

ただし、正の数 A に対して、 $\log A$ は A の自然対数を表す。