

2012年理(数・物・化) 第1問

1 次の問いに答えよ.

(1) 1から9までの番号が書かれた9個のボールが袋に入っている。この袋の中から1個のボールを取り出し、その番号を確認してからもとに戻す試行を考える。

(i) この試行を3回行ったとき、同じ番号のボールを少なくとも2回取り出す確率は $\frac{\boxed{\text{ア}} \boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}} \boxed{\text{エ}}}$ である。

(ii) この試行を2回行ったとき、取り出したボールの番号の差が1以下となる確率は $\frac{\boxed{\text{オ}} \boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}} \boxed{\text{ク}}}$ である。

(2) t を $t > 1$ をみたす実数とし、 xy 平面上で次の方程式で表される3直線 ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 を考える。

$$\ell_1 : tx - y = 0$$

$$\ell_2 : x - ty - t^2 = 0$$

$$\ell_3 : x + ty - t^2 = 0$$

ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 で囲まれる三角形の面積を $S(t)$ とし、この三角形の x 軸の上側の部分の面積を $S_1(t)$ 、 x 軸の下側の部分の面積を $S_2(t)$ とする。

(i) $S_2(t) = 2S_1(t)$ となる t の値は $t = \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

(ii) $S(t) = \frac{t \boxed{\text{コ}}}{t \boxed{\text{サ}} - \boxed{\text{シ}}}$ であり、 $S(t)$ を t で微分して符号を調べることにより、 $S(t)$ は $t = \left(\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}\right)$

で最小値をとることがわかり、最小値は

$$\frac{7}{\boxed{\text{チ}}} \left(\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}} \right)^{\boxed{\text{ト}} \boxed{\text{ナ}}}$$

となる。

(3) p を実数とし、方程式 $x^3 - px^2 - \frac{13}{4}x + \frac{15}{8} = 0$ は3つの実数解 a, b, c ($a > b > c$) をもつとする。
 $a + c = 2b$ をみたすとき、

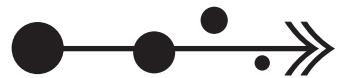
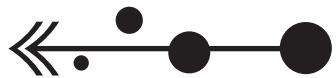
$$a = \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}, \quad b = \frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}, \quad c = \frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}, \quad p = \frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$$

である。

(4) Oを原点とする空間内に3点A, B, Cがある。

$$|\vec{OA}| = 2, \quad |\vec{OB}| = 1, \quad |\vec{OC}| = 3$$

であり、 $\vec{OA}, \vec{OB}, \vec{OC}$ のどの2つのなす角も $\frac{\pi}{3}$ であるとする。Gを△ABCの重心とし、MをABの中



点, N を BC の中点, L を MN の中点とする. このとき,

$$|\vec{OG}| = \frac{\text{ホ}}{\text{マ}}, \quad |\vec{GL}| = \sqrt{\frac{\text{ミム}}{\text{メモ}}}$$

である.