

2015年理(数理情報科・応用物理・応用化学)第3問

3 座標平面上の放物線 $C_1: y = 2x^2 + 2x + \frac{1}{2}$ と $C_2: y = -2x^2 + 2x + \frac{3}{2}$ に対して次の問いに答えよ。
なお、必要なら 1 (1)の結果を使ってもよい。

- (1) C_1 上の点 $A(t, 2t^2 + 2t + \frac{1}{2})$ と C_2 上の点 $B(s, -2s^2 + 2s + \frac{3}{2})$ に対し、 C_1 の点 A における接線の傾きと C_2 の点 B における接線の傾きが等しくなるための必要十分条件を t と s の式で表せ。
- (2) (1)の条件を満たすようなどんな実数 t, s に対しても、直線 AB はある共通の点 M を通る。 M の座標を求めよ。
- (3) M を (2) で求めた点とする。 C_1 とただ一つの共有点をもつような、 M を中心とする円に対して、円の半径と共有点の x 座標を求めよ。
- (4) M を (2) で求めた点とする。 C_2 とただ一つの共有点をもつような、 M を中心とする円に対して、円の半径と共有点の x 座標を求めよ。
- (5) (1)の条件を満たすような実数 t, s に対して、線分 AB の長さがとり得る値の最小値を求めよ。