



2015年理（数理情報科・応用物理・応用化学）第2問

2 各自然数  $n$  に対し,  $X_n, Y_n, V_n, W_n$  を

$$X_n + Y_n\sqrt{5} = (2 + \sqrt{5})^{2n-1}, \quad V_n - W_n\sqrt{5} = (2 - \sqrt{5})^{2n-1}$$

が成り立つような整数とする. 次の問いに答えよ.  $\sqrt{5}$  が無理数であることを証明なしで使ってもよい.

- (1)  $X_2, Y_2, V_2, W_2$  の値を求めよ.
- (2)  $X_{n+1}, Y_{n+1}$  をそれぞれ  $X_n$  と  $Y_n$  の式で表せ.
- (3)  $V_{n+1}, W_{n+1}$  をそれぞれ  $V_n$  と  $W_n$  の式で表せ.
- (4)  $X_n^2 - 5Y_n^2$  を計算せよ.
- (5)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{X_n}{Y_n}$  を計算せよ.