東京理科大学

2015年 理（数） 第1問

$\boxed{1}$ 次の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ヒ}}$ にあてはまる0から9までの数字，および，$\boxed{\text{あ}}$ にあてはまる＋か－の符号を入れよ．

p を3で割り切れない整数とする．このとき，整数 a と b に対し，

「$pa-b$ が3の倍数ならば，$a-pb$ も3の倍数になる.」

がわかる．これを認めて，2つの整数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ を以下のように定める．$a_1=1$ とし，b_1 は0，1，2いずれかの数で pa_1-b_1 が3の倍数になるようなものとし，$n=2,\ 3,\ \cdots$ に対し，a_n，b_n を次のように定める．

- $a_n=\dfrac{1}{3}(a_{n-1}-pb_{n-1})$
- b_n は，0，1，2いずれかの数で pa_n-b_n が3の倍数となるようなものとする．

このように定められた2つの整数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ について，以下の各問いに答えよ．

(1) $p=8$ のとき，$b_1=$ $\boxed{\text{ア}}$，$a_2=-$ $\boxed{\text{イ}}$，$b_2=$ $\boxed{\text{ウ}}$，$a_3=-$ $\boxed{\text{エ}}$，$b_4=$ $\boxed{\text{オ}}$，$a_4=-$ $\boxed{\text{カ}}$，$b_4=$ $\boxed{\text{キ}}$，$a_5=-$ $\boxed{\text{ク}}$，$b_5=$ $\boxed{\text{ケ}}$，$a_6=-$ $\boxed{\text{コ}}$ となる．

(2) $p=-13$ のとき，$a_{190}=$ $\boxed{\text{サ}}$，$b_{190}=$ $\boxed{\text{シ}}$，$a_{191}=$ $\boxed{\text{ス}}$，$b_{191}=$ $\boxed{\text{セ}}$，$a_{192}=$ $\boxed{\text{ソ}}$，$b_{192}=$ $\boxed{\text{タ}}$ となる．

(3) $p=-13$ のとき，$\displaystyle\sum_{k=1}^{200}a_k=$ $\boxed{\text{チ}}\boxed{\text{ツ}}\boxed{\text{テ}}$ となる．

(4) $p=-13$ のとき，$\displaystyle\sum_{k=1}^{30}k^2b_k=$ $\boxed{\text{ト}}\boxed{\text{ナ}}\boxed{\text{ニ}}\boxed{\text{ヌ}}$ となる．

(5) $p=3^{11}+1$ のとき，数列 $\{b_n\}$ の第2項目以降で0でない値が初めて出てくるのは，第 $\boxed{\text{ネ}}\boxed{\text{ノ}}$ 項目であり，その項の値は $\boxed{\text{ハ}}$ である．

(6) 数列 $\{b_n\}$ のすべての項が1となるような整数 p で絶対値が最小となるものは，$\boxed{\text{あ}}$ $\boxed{\text{ヒ}}$ である．0のときは，+0で表すものとする．