2015年 理（数・物・化） 第1問

$\boxed{1}$ 次の $\boxed{}$ にあてはまる0から9までの数字を求めよ.

(1) 座標平面上に3点 A$(-1,\ 0)$, B$(1,\ 0)$, C$(0,\ 1)$ がある.

(ⅰ) 楕円

$$E:\quad \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{b^2}=1\quad (b>0)$$

は2点A, Bを焦点としてもつとする. このとき, $b=\sqrt{\boxed{\text{ア}}}$ である.

(ⅱ) 2点A, Cを通る直線と, (ⅰ)で定めた楕円 E の交点を P$(x_0,\ y_0)$ $(x_0>0)$ とすると,

$$x_0=-\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}+\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}},\quad y_0=\frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}+\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$$

である.

(ⅲ) (ⅱ)で定めた点Pに対して, PB+PC $=\boxed{\text{シ}}-\sqrt{\boxed{\text{ス}}}$ である. QB+QC $=\boxed{\text{シ}}-\sqrt{\boxed{\text{ス}}}$ となるような点 Q$(x,\ y)$ の軌跡の方程式は

$$\frac{(x-y)^2}{\alpha}+\frac{(x+y-\gamma)^2}{\beta}=1$$

である. このとき,

$$\alpha=\boxed{\text{セ}}-\boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}},\quad \beta=\boxed{\text{チ}}-\boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テ}}},\quad \gamma=\boxed{\text{ト}}$$

となる.

(2) 座標平面上の原点 O$(0,\ 0)$, 点 A$(2,\ 2)$, 点 B$(k,\ 0)$ を通り, 軸が y 軸に平行な放物線を C とする. ただし, $k>2$ とする.

(ⅰ) 放物線 C の方程式を k を用いて表すと,

$$y=-\frac{\boxed{\text{ナ}}}{k-\boxed{\text{ニ}}}x^2+\frac{k}{k-\boxed{\text{ヌ}}}x$$

である.

(ⅱ) 放物線 C と x 軸で囲まれた部分の面積 S を k を用いて表すと,

$$S=\frac{k^{\boxed{\text{ネ}}}}{\boxed{\text{ノ}}\left(k-\boxed{\text{ハ}}\right)^{\boxed{\text{ヒ}}}}$$

である. また, k を $k>2$ の範囲で動かすとき, S の最小値は $\dfrac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$ であり, そのときの k の値は $k=\boxed{\text{ホ}}$ である.

（iii）放物線 C と x 軸で囲まれた部分を放物線 C の軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積 V を k を用いて表すと，

$$V = \frac{k^{\boxed{\text{マ}}}}{\boxed{\text{ミ}}\boxed{\text{ム}}(k - \boxed{\text{メ}})^{\boxed{\text{モ}}}}\pi$$

である．また，k を $k > 2$ の範囲で動かすとき，V の最小値は $\dfrac{\boxed{\text{ヤ}}\boxed{\text{ユ}}}{\boxed{\text{ヨ}}\boxed{\text{ラ}}}\pi$ であり，そのときの k の値は $k = \dfrac{\boxed{\text{リ}}}{\boxed{\text{ル}}}$ である．