

2015年工（工業化・経営工・機械工）第1問

1  内に0から9までの数字を1つずつ入れよ。与えられた枠数より少ない桁の数があてはまる場合は、上位の桁を0として、右に詰めた数値としなさい。分数は既約分数とし、値が整数の場合は分母を1としなさい。根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

(1)  $a$  を0でない実数の定数とし、曲線  $C: y = ax^2 - 1$  および直線  $l: x + y = 0$  を考える。

(i)  $a = 1$  とする。曲線  $C$  上の2点 (, ) と (, -) は直線  $l$  に関して対称である。

(ii) 曲線  $C$  上に、直線  $l$  に関して対称である、異なる2点が存在するとき、定数  $a$  のとり得る値の範囲は

$$a > \frac{\text{オ}}{\text{カ}}$$

である。

(2) 座標平面上に4点  $A(0, 0)$ ,  $B(2\sqrt{3}, 2)$ ,  $C(2\sqrt{3} - 1, \sqrt{3} + 2)$ ,  $D(-1, \sqrt{3})$  を頂点とする長方形  $ABCD$  がある。点  $P_0$  を辺  $AB$  の中点とし、条件

$$\angle P_0P_1B = \angle P_2P_1C, \quad \angle P_1P_2C = \angle P_3P_2D, \quad \angle P_2P_3D = \angle P_4P_3A$$

を満たすように、辺  $BC$ ,  $CD$ ,  $DA$ ,  $AB$  上にそれぞれ点  $P_1, P_2, P_3, P_4$  を図のようにとる。

点  $P_4$  の  $x$  座標  $x_4$  が  $\sqrt{3} < x_4 < 2\sqrt{3}$  を満たすとき、点  $P_1, P_2, P_3$  の  $x$  座標  $x_1, x_2, x_3$  のとり得る値の範囲はそれぞれ

$$\text{ア} \sqrt{\text{イ}} - \frac{\text{ウ}}{\text{エ}} < x_1 < \text{オ} \sqrt{\text{カ}} - \frac{\text{キ}}{\text{ク}},$$

$$\frac{\text{ケ}}{\text{コ}} \times \sqrt{\text{サ}} - \text{シ} < x_2 < \sqrt{\text{ス}} - \text{セ},$$

$$-\frac{\text{ソ}}{\text{タ}} < x_3 < -\frac{\text{チ}}{\text{ツ}}$$

である。

(3)  $a$  を実数の定数とし、 $x$  に関する方程式  $\frac{\log(3 - x^2 + 2x)}{\log(x - a)} = 2$  を考える。この方程式が実数解をもつとき、実数  $a$  のとり得る値の範囲は

$$\text{ア} - \text{イ} \sqrt{\text{ウ}} \leq a < \sqrt{\text{エ}},$$

$$\sqrt{\text{オ}} < a < \text{カ}$$

である。

ただし、正の数  $A$  に対して、 $\log A$  は  $A$  の自然対数を表す。