

2015年理工（情報科・工業化・機械工・土木工）第3問

3 正の定数 a ($a \neq 1$) に対して、2次関数 $f(x)$ を

$$f(x) = ax(1 - x)$$

と定める。曲線 $C: y = f(x)$ の点 $(1, 0)$ における接線を l_1 、直線 $y = -x$ を l_2 とする。曲線 C の $x \leq 1$ の部分と2直線 l_1, l_2 で囲まれる部分の面積を S で表し、また、この部分を x 軸の周りに1回転してできる図形の体積を V で表す。

- (1) 直線 l_1, l_2 の交点の座標を a を用いて表せ。
- (2) S を a を用いて表せ。
- (3) 定数 a は $a > 1$ を満たすものとする。2直線 l_1, l_2 と x 軸で囲まれる部分を x 軸の周りに1回転してできる図形の体積を U で表すとき、

$$\frac{30a^3}{(a-1)^4\pi}(V-U)$$

を a の1次式で表せ。

- (4) $\lim_{a \rightarrow 1+0} (a-1)^2 V$ の値を求めよ。