

2012年理（数理情報科・応用物理・応用化学）第3問

3 a を $a > 2$ であるような実数とする．座標平面上で，曲線 $y = \frac{1}{x}$ を C_1 とし，点 (a, a) を中心とし点 $(1, 1)$ を通る円を C_2 とする．曲線 C_1 と円 C_2 の点 $(1, 1)$ 以外の共有点のうち， x 座標が1より小さいものを B とする．点 B から直線 $y = x$ に下ろした垂線と直線 $y = x$ の交点を H とする．

- (1) 円 C_2 の方程式を求めよ．
- (2) 点 H の座標を求めよ．また，点 H と点 $(1, 1)$ の距離を求めよ．
- (3) t を正の実数とする．直線 $y = x$ 上にあり点 $(1, 1)$ からの距離が t である点のうち， x 座標が1より大きいものを P とする．点 P を通り直線 $y = x$ に垂直な直線と曲線 C_1 の交点のうち， x 座標が1より小さいものを Q とする．このとき，線分 PQ の長さを t を用いて表せ．
- (4) 直線 $y = x$ と線分 BH ，および曲線 C_1 で囲まれた部分を，直線 $y = x$ の周りに1回転させてできる立体の体積を求めよ．