2010 年 第 3 問

$\boxed{3}$ 座標平面上を運動する点 P の時刻 t における座標 $(x,\ y)$ が

$$x = 2\cos t, \quad y = \sqrt{3}\sin t$$

で与えられているとする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 時刻 t における点 P の速度 $\overrightarrow{v}$ と速さ $|\overrightarrow{v}|$ を求めよ．

(2) $f(t) = -2\cos t + \dfrac{d}{dt}|\overrightarrow{v}|^2$ とおく．$0 \leqq t \leqq 2\pi$ における $f(t)$ の最大値，最小値を求め，そのときの t の値を求めよ．

(3) (2) の関数 $f(t)$ について定積分 $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{f(t)}{|\overrightarrow{v}|^2}\,dt$ を求めよ．