



2012年理系第2問

2 a を実数とし、 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$ とおく。数列 $\{x_n\}$ を

$$x_1 = a, x_{n+1} = f(x_n) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。次の問いに答えよ。

- (1) すべての自然数 n について $x_n = a$ となるとき、 a を求めよ。
- (2) $a < 1$ のとき、 $x_n < 1$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) が成り立つことを証明せよ。
- (3) $0 < a < 1$ のとき、 $x_n < x_{n+1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) が成り立つことを証明せよ。