0001844725518999

札幌医科大学

2014年 医学部 第4問

$\boxed{4}$ 関数 $f(x)$ を $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ とする．

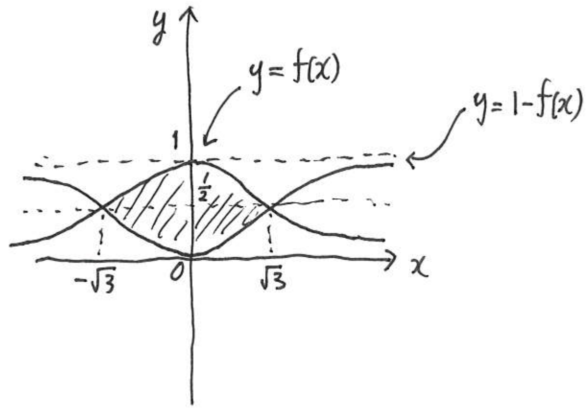
(1) 関数 $g(x) = \log(x + \sqrt{x^2+1})$ の導関数を求めよ．

(2) 二つの曲線 $y = f(x)$ と $y = 1 - f(x)$ で囲まれる図形の面積を求めよ．

$$(1)\ g'(x) = \frac{1 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}}{x+\sqrt{x^2+1}}$$

$$= \frac{\sqrt{x^2+1} + x}{x\sqrt{x^2+1} + x^2+1}$$

$$= \underline{\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}}\ /\!/$$



$$(2)\ f'(x) = \left\{(x^2+1)^{-\frac{1}{2}}\right\}'$$

$$= -\frac{x}{(x^2+1)^{\frac{3}{2}}}$$

x	$\cdots$	0	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$\nearrow$	1	$\searrow$

極小

$\therefore f'(x) = 0$ となるのは $x = 0$

また，$\displaystyle\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$，$f(x)$：偶関数 より，$y = f(x)$ は上のグラフとなる．

ここで，$y = 1 - f(x)$ は $y = f(x)$ を $y = \frac{1}{2}$ で 折り返したグラフ なので

交点の x 座標は $\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}} = \dfrac{1}{2}$ $\quad\therefore x = \pm\sqrt{3}$

$$\therefore S = \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} f(x) - \{1 - f(x)\}\,dx$$

$$= 2\int_0^{\sqrt{3}} \frac{2}{\sqrt{x^2+1}} - 1\,dx$$

$$= 4\left[\log(x+\sqrt{x^2+1})\right]_0^{\sqrt{3}} - 2\left[x\right]_0^{\sqrt{3}}$$

$$= \underline{4\log(2+\sqrt{3}) - 2\sqrt{3}}\ /\!/$$