東京医科大学

2015年 医学部 第4問

数理 石井K

4 座標平面における曲線 $C_1 : y = \tan x \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right)$ と曲線 $C_2 : y = \frac{12}{7}\cos x$ の交点の x 座標を x_0 とするとき，

$$\sin x_0 = \frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}} \quad \boxed{ア}\ 3,\ \boxed{イ}\ 4$$

であり，曲線 C_1，C_2 と y 軸とで囲まれた図形の面積を S とすれば

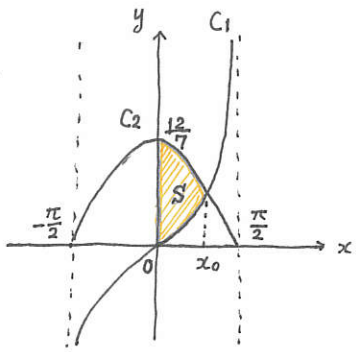
$$S = \frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}} + \frac{1}{2}\log\frac{\boxed{オ}}{\boxed{カキ}} \quad \boxed{ウ}\ 9,\ \boxed{エ}\ 7,\ \boxed{オ}\ 7,\ \boxed{カキ}\ 16$$

である．ただし，対数は自然対数とする．

$\tan x = \frac{12}{7}\cos x$ より．

$$\sin x = \frac{12}{7}\cos^2 x \iff \sin x = \frac{12}{7}(1-\sin^2 x)$$
$$\iff 12\sin^2 x + 7\sin x - 12 = 0$$
$$\iff (3\sin x + 4)(4\sin x - 3) = 0$$

$\therefore$ $3\sin x + 4 > 0$ より． $\underline{\sin x_0 = \frac{3}{4}}$ //



$$S = \int_0^{x_0} \frac{12}{7}\cos x - \tan x \, dx$$

$$= \int_0^{x_0} \frac{12}{7}\cos x + \frac{-\sin x}{\cos x} \, dx$$

$$= \left[\frac{12}{7}\sin x + \log|\cos x|\right]_0^{x_0}$$

$$= \frac{12}{7}\sin x_0 + \log|\cos x_0|$$

$\sin x_0 = \frac{3}{4}$，$0 < x_0 < \frac{\pi}{2}$ より $\cos x_0 = \frac{\sqrt{7}}{4}$

$$\therefore S = \frac{12}{7}\cdot\frac{3}{4} + \log\frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$= \frac{9}{7} + \log\left(\frac{7}{16}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \underline{\frac{9}{7} + \frac{1}{2}\log\frac{7}{16}} \quad //$$