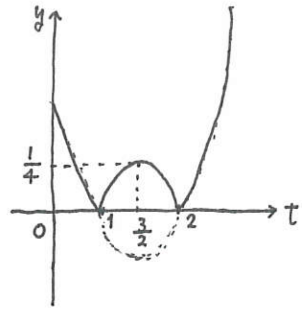
2015年 看護学部 第3問

$\boxed{3}$ $x \geqq 0$ のとき，$\displaystyle\int_0^x |t^2-3t+2|\,dt$ を計算しなさい．



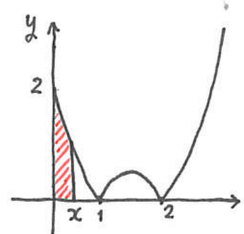
$y=|t^2-3t+2|$ とおくと，

$y=|(t-2)(t-1)|$ より．

$$y=\begin{cases}(t-2)(t-1) & (t\leqq 1,\ 2\leqq t \text{ のとき}) \\ -(t-2)(t-1) & (1<t<2 \text{ のとき})\end{cases}$$

よって $y=|t^2-3t+2|$ のグラフは右のようになる．

(i) $0\leqq x\leqq 1$ のとき．右図より．



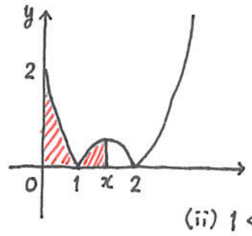
(i) $0\leqq x\leqq 1$ のとき．

$$(与式)=\int_0^x t^2-3t+2\ dt$$

$$=\left[\frac{t^3}{3}-\frac{3}{2}t^2+2t\right]_0^x$$

$$=\underline{\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+2x}\ //$$

(ii) $1<x\leqq 2$ のとき．



(ii) $1<x\leqq 2$ のとき

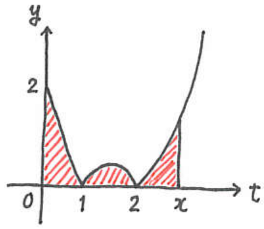
$$(与式)=\int_0^1 t^2-3t+2\ dt+\int_1^x -t^2+3t-2\ dt$$

$$=\left[\frac{t^3}{3}-\frac{3}{2}t^2+2t\right]_0^1+\left[-\frac{t^3}{3}+\frac{3}{2}t^2-2t\right]_1^x$$

$$=\frac{1}{3}-\frac{3}{2}+2-\frac{1}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2-2x+\frac{1}{3}-\frac{3}{2}+2$$

$$=\underline{-\frac{1}{3}x^3+\frac{3}{2}x^2-2x+\frac{5}{3}}\ //$$

(iii) $x>2$ のとき．



(iii) $x>2$ のとき．

$$(与式)=\int_0^1 t^2-3t+2\ dt+\int_1^2 -t^2+3t-2\ dt+\int_2^x t^2-3t+2\ dt$$

(ii)の答えに $x=2$ を代入すれば簡単！

$$=-\frac{8}{3}+6-4+\frac{5}{3}+\left[\frac{t^3}{3}-\frac{3}{2}t^2+2t\right]_2^x$$

$$=\underline{\frac{x^3}{3}-\frac{3}{2}x^2+2x+\frac{1}{3}}\ //$$