

2015年工・未来科学・理工・情報環境A第1問

1枚目 / 2枚

1 次の各問に答えよ。

- (1) 方程式 $11 + \log_2 x = \log_2(33x + 1)$ を解け。
 (2) $0 \leq x \leq 2\pi$ のとき、不等式 $\cos 2x + 3 \sin x - 2 \geq 0$ を解け。
 (3) 3次式 $f(x)$ は x^3 の係数が1であり、しかも $f(1) = f(2) = f(6) = 12$ をみたしている。方程式 $f(x) = 0$ を解け。
 (4) 極限值 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - \sin x}{\sin 5x + \sin x}$ を求めよ。
 (5) 定積分 $\int_1^e \frac{\log x}{\sqrt{x}} dx$ を求めよ。

(1) 真数条件より、 $x > 0$ かつ $33x + 1 > 0 \quad \therefore x > 0 \quad \dots \textcircled{1}$

このとき、方程式は、 $\log_2 2^{11} + \log_2 x = \log_2(33x + 1)$

$$\therefore \log_2 2048x = \log_2(33x + 1)$$

$$\therefore 2048x = 33x + 1 \quad \therefore x = \frac{1}{2015} \quad \text{これは } \textcircled{1} \text{ をみたす。}$$

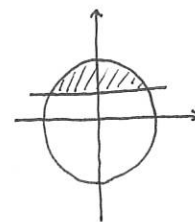
(2) 不等式は、 $1 - 2\sin^2 x + 3\sin x - 2 \geq 0$

$$\therefore 2\sin^2 x - 3\sin x + 1 \leq 0$$

$$\therefore (2\sin x - 1)(\sin x - 1) \leq 0$$

$$\therefore \frac{1}{2} \leq \sin x \leq 1$$

$$0 \leq x \leq 2\pi \text{ より、} \quad \underline{\underline{\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{5\pi}{6}}}$$



(3) $g(x) = f(x) - 12$ とおくと、 $g(x)$ は3次式で x^3 の係数が1、さらに

$g(1) = g(2) = g(6) = 0$ をみたす。因数定理より、 $g(x) = (x-1)(x-2)(x-6)$ となる。

$$\text{よって、} f(x) = (x-1)(x-2)(x-6) + 12$$

$$= x^3 - 9x^2 + 20x$$

$$= x(x-4)(x-5)$$

$$\therefore f(x) = 0 \text{ の解は } \underline{\underline{x = 0, 4, 5}}$$

2015年工・未来科学・理工・情報環境A第1問

2枚目 / 2枚

1 次の各問に答えよ。

(1) 方程式 $11 + \log_2 x = \log_2(33x + 1)$ を解け。(2) $0 \leq x \leq 2\pi$ のとき, 不等式 $\cos 2x + 3\sin x - 2 \geq 0$ を解け。(3) 3次式 $f(x)$ は x^3 の係数が1であり, しかも $f(1) = f(2) = f(6) = 12$ をみたしている. 方程式 $f(x) = 0$ を解け。(4) 極限值 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - \sin x}{\sin 5x + \sin x}$ を求めよ。(5) 定積分 $\int_1^e \frac{\log x}{\sqrt{x}} dx$ を求めよ。

(4) 和・積の公式

$$\begin{cases} \sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} \\ \sin A - \sin B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{よ}. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - \sin x}{\sin 5x + \sin x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos 3x \sin 2x}{2 \sin 3x \cos 2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \underbrace{\frac{\sin 2x}{2x}}_{\rightarrow 1} \cdot \underbrace{\frac{3x}{\sin 3x}}_{\rightarrow 1} \cdot \underbrace{\frac{\cos 3x}{\cos 2x}}_{\rightarrow 1} \cdot \frac{2}{3} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5) \int_1^e \frac{\log x}{\sqrt{x}} dx &= \int_1^e (2x^{\frac{1}{2}})' \log x dx \\ &= [2\sqrt{x} \log x]_1^e - \int_1^e 2x^{-\frac{1}{2}} dx \\ &= 2\sqrt{e} - [4x^{\frac{1}{2}}]_1^e \\ &= 2\sqrt{e} - 4\sqrt{e} + 4 \\ &= \underline{4 - 2\sqrt{e}} \end{aligned}$$