

2014年第1問

- 1  $r, s$  は実数で,  $r > 0$  とする.  $O$  を原点とする座標空間に 4 点  $A(2, 0, 0)$ ,  $B(0, 1, 0)$ ,  $C(0, 0, 1)$ ,  $D(r, r, r)$  がある. さらに, 点  $E$  を, ベクトル  $\overrightarrow{OE}$  が

$$\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OA} + s(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$$

で定まる点とする. 次の問いに答えよ.

- (1)  $O, A, B, C$  を通る球面の中心を  $F$  とする.  $\overrightarrow{OF}$  と  $\overrightarrow{OD}$  のなす角を  $\theta$  とするとき,  $\cos \theta$  の値を求めよ.
- (2)  $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$  が成り立つとき,  $s$  を  $r$  の式で表せ.
- (3) (2) の条件  $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$  を満たし, さらに  $|\overrightarrow{DE}| = r$ ,  $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{OD} < 0$  を満たすような  $r$  の値を求めよ.