



2015年理系第6問

6 $k \geq 2$ と n を自然数とする. n が k 個の連続する自然数の和であるとき, すなわち,

$$n = m + (m + 1) + \cdots + (m + k - 1)$$

が成り立つような自然数 m が存在するとき, n を k -連続和とよぶことにする. ただし, 自然数とは1以上の整数のことである.

(1) n が k -連続和であることは, 次の条件 (A), (B) の両方が成り立つことと同値であることを示せ.

(A) $\frac{n}{k} - \frac{k}{2} + \frac{1}{2}$ は整数である.

(B) $2n > k^2$ が成り立つ.

(2) f を自然数とする. $n = 2^f$ のとき, n が k -連続和となるような自然数 $k \geq 2$ は存在しないことを示せ.

(3) f を自然数とし, p を2でない素数とする. $n = p^f$ のとき, n が k -連続和となるような自然数 $k \geq 2$ の個数を求めよ.