2013年 理系 第5問

$\boxed{5}$ 次の命題Pを証明したい．

命題P　次の2条件 (a)，(b) をともに満たす自然数（1以上の整数）A が存在する．

(a) A は連続する3つの自然数の積である．

(b) A を10進法で表したとき，1が連続して99回以上現れるところがある．

以下の問いに答えよ．

(1) y を自然数とする．このとき不等式

$$x^3+3yx^2<(x+y-1)(x+y)(x+y+1)<x^3+(3y+1)x^2$$

が成り立つような正の実数 x の範囲を求めよ．

(2) 命題Pを証明せよ．