



2015年医学部第7問

7 e を自然対数の底とする。関数 $f(x) = (e^x)^{e^x}$ は、 $x = \boxed{-1}$ のとき極値をとる。

$y = (e^x)^{e^x}$ の両辺、対数をとって

$$\log y = e^x \cdot x$$

↓ 対数微分法という

両辺 x で微分すると、

$$\frac{d}{dx}(\log y) = e^x + x e^x$$

($f(x) = e^x e^{e^x}$ なので
ふつうに微分してもよい)

$$\therefore \frac{dy}{dx} \cdot \frac{d}{dy}(\log y) = (x+1)e^x$$

$$\frac{dy}{dx} \cdot \frac{1}{y} = (x+1)e^x$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = y(x+1)e^x$$

$$\begin{aligned} \therefore f'(x) &= (e^x)^{e^x} (x+1)e^x \\ &= (x+1)(e^x)^{e^x+1} \end{aligned}$$

$$\therefore f'(x) = 0 \text{ となるのは } x = -1$$

右の±増減表より

x	...	-1	...
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↓		↑

$x = -1$ のとき極値 (極小値) をとる