2016 年 第 4 問

4 数列 $\{a_n\}$ が以下の漸化式をみたすとする．

$$a_1 = -4, \quad a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + \frac{3}{2} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

また，実数 x の多項式 $P_n(x)$ を

$$P_n(x) = a_1 x + \cdots + a_n x^n$$

で定める．このとき，以下の問いに答えよ．

(1) $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．
(2) $P_n(x)$ を $x-1$ で割ったときの余りを求めよ．
(3) $P_n(x)$ を $x-4$ で割ったときの余りが -24 になるように，n の値を定めよ．