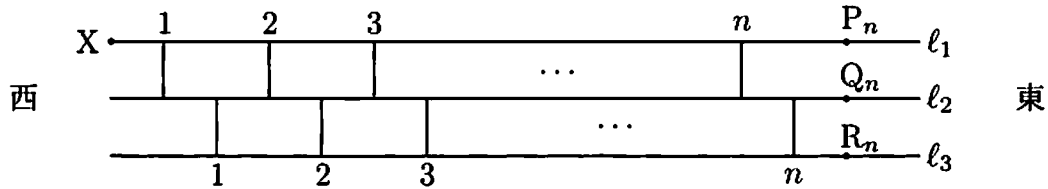




2016年 総合理工 (数理・情報システム) 第1問

1 n を自然数とする. 下図のように, 3本の平行な道路 l_1, l_2, l_3 があり, l_1, l_2 をつなぐ縦の道と, l_2, l_3 をつなぐ縦の道がそれぞれ n 本ずつ, 交互に配置されているとする.



次の規則に従い図の X から出発して P_n, Q_n, R_n に到達する経路の個数をそれぞれ a_n, b_n, c_n とする.

(規則) l_1, l_2, l_3 は一方通行であり, 西方向には進むことができない. また, 一度通った縦の道を再び通ることもできない.

次の問いに答えよ.

- (1) a_2, b_2 を求めよ.
- (2) a_{n+1} を a_n, b_n を用いて表せ.
- (3) $b_n = c_n$ が成り立つことを証明せよ.
- (4) $a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_k, b_k, \dots$ と順に並べてできる数列を $\{f_n\}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とする. f_{n+2} を f_n, f_{n+1} を用いて表せ. また, それを用いて a_7 を求めよ.