

2014年中等教育第4問

4  $a$  を正の定数とする. 関数  $f(x)$  は

$$f(x) = 2 \cos x - a \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t) \sin x dt$$

を満たしているとする. 次の問いに答えよ.

(1)  $f(x)$  を求めよ.

(2)  $\int_0^{\pi} f(x) \sin x dx = -\frac{\pi}{2}$  を満たす定数  $a$  の値を求めよ.

(3)  $a$  が (2) で求めた値のとき, 次の (i), (ii) に答えよ.

(i)  $0 \leq x \leq \pi$  における関数  $f(x)$  の最大値と最小値を求めよ.

(ii)  $\int_0^{\pi} |f(x)| dx$  の値を求めよ.