

2011年薬学部第2問

数理
石井K

2 次の問いに答えなさい。

原点を O とする xy 座標平面上に、2点 $P(1, 2)$, $Q(2, 0)$ がある。3点 O, P, Q を通る2次関数のグラフを C , また、 C の O における接線を l とする。

- (1) C の方程式は、 $y = \boxed{}$ である。 $-2x^2 + 4x$
- (2) C と x 軸で囲まれる図形の面積は $\boxed{}$ である。 $\frac{8}{3}$
- (3) l の方程式は、 $y = \boxed{}$ である。 $4x$
- (4) l と線分 OP のなす角を θ とするとき、 $\tan \theta = \boxed{}$ である。ただし、 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。 $\frac{2}{9}$
- (5) C を x 軸方向に a , y 軸方向に b だけ平行移動して得られる曲線を C' とする。 l が C' の接線であるとき、 a, b が満たす条件を求めなさい。

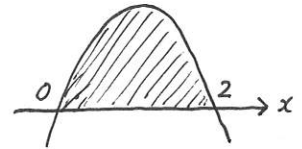
(1) C は原点を通るので、 $y = ax^2 + bx$ とおける。

P を通るので、 $2 = a + b \dots \textcircled{1}$ Q を通るので、 $0 = 4a + 2b \dots \textcircled{2}$

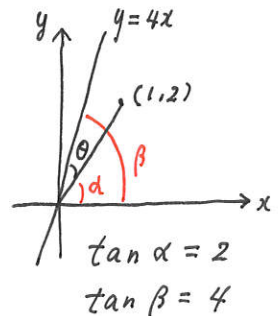
$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ より、 $a = -2, b = 4 \therefore C: y = -2x^2 + 4x //$

(2) $y = -2x(x-2)$

$$\therefore S = \int_0^2 -2x(x-2) dx = -2 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) (2-0)^3 = \frac{8}{3} //$$



(3) $y' = -4x + 4 \therefore l: y = 4x //$



(4) 右図より、 $\tan \theta = \tan(\beta - \alpha)$

$$= \frac{\tan \beta - \tan \alpha}{1 + \tan \beta \tan \alpha}$$

$$= \frac{4 - 2}{1 + 4 \cdot 2}$$

$$= \frac{2}{9} //$$

(5) $C': y = -2(x-a)^2 + 4(x-a) + b \therefore C': y = -2x^2 + 4(a+1)x - 2a^2 - 4a + b$

$-2x^2 + 4(a+1)x - 2a^2 - 4a + b - 4x = 0$ が重解をもつので

$$D/4 = (2a)^2 - (-2)(-2a^2 - 4a + b) \therefore -8a + 2b = 0$$

$$= 4a^2 - 4a^2 - 8a + 2b$$

$$\therefore b = 4a //$$

$$= -8a + 2b$$