

2014年文系第4問

4 Aさんは5円硬貨を3枚、Bさんは5円硬貨を1枚と10円硬貨を1枚持っている。2人は自分が持っている硬貨すべてを一度に投げる。それぞれが投げた硬貨のうち表が出た硬貨の合計金額が多い方を勝ちとする。勝者は相手の裏が出た硬貨をすべてもらう。なお、表が出た硬貨の合計金額が同じときは引き分けとし、硬貨のやりとりは行わない。このゲームについて、以下の問いに答えよ。

- (1) AさんがBさんに勝つ確率 p 、および引き分けとなる確率 q をそれぞれ求めよ。
 (2) ゲーム終了後にAさんが持っている硬貨の合計金額の期待値 E を求めよ。

(1) 最初もっている硬貨の合計金額は等しいので

AさんがBさんに勝つ \Leftrightarrow Aさんの表が出た硬貨の合計金額がBさんより大きい
 ため、A、Bの表が出た硬貨の合計金額をそれぞれ a, b とおく。

(i) $a = 15, b = 5 \dots 1$ 通り

(ii) $a = 15, b = 10 \dots 1$ 通り

(iii) $a = 15, b = 0 \dots 1$ 通り

(iv) $a = 10, b = 5 \dots 3C_1 \times 1 = 3$ 通り

(v) $a = 10, b = 0 \dots 3C_1 \times 1 = 3$ 通り

(vi) $a = 5, b = 0 \dots 3C_1 \times 1 = 3$ 通り

(i) ~ (vi) より $P = \frac{1+1+3+3+3}{2^5} = \frac{12}{32} = \frac{3}{8}$

$a = b = 15$ となるのは
1通り

$a = b = 10$ となるのは
 $3C_1 \times 1 = 3$ 通り

$a = b = 5$ となるのは
 $3C_1 \times 1 = 3$ 通り

$a = b = 0$ となるのは1通り

$\therefore q = \frac{1+3+3+1}{2^5} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$

(2) 終了後のAさんの合計金額を a' とおくと。

(i) $a' = 30 \Leftrightarrow (a, b) = (15, 0), (10, 0), (5, 0) \dots 1+3+3 = 7$ 通り

(ii) $a' = 25 \Leftrightarrow (a, b) = (15, 5), (10, 5) \dots 1+3 = 4$ 通り

(iii) $a' = 20 \Leftrightarrow (a, b) = (15, 10) \dots 1$ 通り

(iv) $a' = 15 \Leftrightarrow$ 引き分け a と b の 3 より 8 通り

(v) $a' = 10 \Leftrightarrow (a, b) = (10, 15) \dots 3C_1 = 3$ 通り

(vi) $a' = 5 \Leftrightarrow (a, b) = (5, 10), (5, 15) \dots 6$ 通り

(vii) $a' = 0 \Leftrightarrow (a, b) = (0, 5), (0, 10), (0, 15) \dots 3$ 通り

(i) ~ (vii) より $E = 30 \times \frac{7}{32} + 25 \times \frac{4}{32} + 20 \times \frac{1}{32} + 15 \times \frac{8}{32} + 10 \times \frac{3}{32} + 5 \times \frac{6}{32} + 0 \times \frac{3}{32}$
 $= \frac{210 + 100 + 20 + 120 + 30 + 30}{32} = \frac{255}{16}$

参考:

片方の確率はAさん
もBさんも等しく $\frac{3}{8}$ と等
が、其期待値は
 $\frac{255}{16} > 15$ となりAさんの
方が大きい