

2015年薬学部第2問

 2 原点, 点(2, 2)および点(1,  $\sqrt{3}$ )を通る円がある. 次の間に答えよ.

 (1) この円の中心の座標は ( $\frac{2}{10}$ ,  $\frac{0}{11}$ ), 半径は  $\frac{2}{12}$  である.

 (2) 点A(5, 1)を通り円に接する2本の接線を考え, それぞれの接点をB, Cとすると,  $\triangle ABC$ の面積は  $\frac{6 \cdot \frac{13}{15} \cdot \sqrt{\frac{14}{5}}}{5}$  である.

 (1) 原点を通ることより, 円の方程式は  $x^2 + y^2 + ax + by = 0$  と表せる.

$$(2, 2) \text{ を通ることより, } 4 + 4 + 2a + 2b = 0 \quad \therefore a + b = -4 \dots \textcircled{1}$$

$$(1, \sqrt{3}) \text{ を通ることより, } 1 + 3 + a + \sqrt{3}b = 0 \quad \therefore a + \sqrt{3}b = -4 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より, } a = -4, b = 0$$

$$\therefore \text{円の方程式は, } (x-2)^2 + y^2 = 2^2 \quad \therefore \text{中心}(2, 0), \text{半径} 2 //$$

 (2) 接点を  $(x_0, y_0)$  とおくと, (1)より, 接線は,

$$(x_0 - 2)(x - 2) + y_0 y = 4$$

$$\text{これが } (5, 1) \text{ を通るので, } 3x_0 + y_0 = 10 \dots \textcircled{3}$$

$$\text{また, } (x_0, y_0) \text{ は円上の点より, } (x_0 - 2)^2 + y_0^2 = 4 \dots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{4} \text{ に } \textcircled{3} \text{ を代入して, } x_0^2 - 4x_0 + 4 + 100 - 60x_0 + 9x_0^2 - 4 = 0$$

$$\therefore x_0 = \frac{16 \pm \sqrt{6}}{5} \quad \therefore \text{接点は } \left( \frac{16 - \sqrt{6}}{5}, \frac{2 + 3\sqrt{6}}{5} \right), \left( \frac{16 + \sqrt{6}}{5}, \frac{2 - 3\sqrt{6}}{5} \right)$$

$$\therefore \text{点Aが原点にくるように平行移動させると, } \left( \frac{-9 - \sqrt{6}}{5}, \frac{-3 + 3\sqrt{6}}{5} \right), \left( \frac{-9 + \sqrt{6}}{5}, \frac{-3 - 3\sqrt{6}}{5} \right)$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \left| \frac{-9 - \sqrt{6}}{5} \cdot \frac{-3 - 3\sqrt{6}}{5} - \frac{-3 + 3\sqrt{6}}{5} \cdot \frac{-9 + \sqrt{6}}{5} \right|$$

$$= \frac{1}{2} \left| \frac{45 + 30\sqrt{6}}{25} - \frac{45 - 30\sqrt{6}}{25} \right|$$

$$= \frac{6\sqrt{6}}{5} //$$