

2013年第3問

3 実数 a, b, α を定数とし, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ とする. このとき,

$$\vec{d}_n = (\cos n\alpha, \sin n\alpha) \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

を座標平面上のベクトルとする. ベクトル \vec{p}_n を,

$$\vec{p}_1 = \vec{d}_1, \quad \vec{p}_{n+1} = a\vec{p}_n + b\vec{d}_{n-1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

によって定める. $\vec{p}_2 = \vec{d}_2$ のとき次の問いに答えよ.

- (1) a, b を求めよ.
- (2) すべての自然数 n に対し, $\vec{p}_n = \vec{d}_n$ となることを示せ.