

2015年 教育学部（中等数学）第3問

3 四面体 $OABC$ において、辺 OA は平面 OBC に直交し、

$$OA = \sqrt{6}, \quad OB = OC = BC = 1$$

であるとする。四面体 $OABC$ の内部の点 P から、平面 OAB に下ろした垂線を PD 、平面 OBC に下ろした垂線を PE 、平面 OAC に下ろした垂線を PF 、平面 ABC に下ろした垂線を PG とする。ここで、 D, E, F, G はそれぞれ平面 OAB, OBC, OAC, ABC 上の点である。3つの線分 PD, PE, PF の長さは等しく、その長さを R とする。辺 BC の中点を H とすると、点 E は線分 OH 上にあり、点 G は線分 AH 上にある。 $\vec{OA} = \vec{a}, \vec{OB} = \vec{b}, \vec{OC} = \vec{c}$ とおいて、次の問に答えよ。

- (1) \vec{HA} を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ。また線分 HA の長さを求めよ。
- (2) \vec{OP} を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ および R を用いて表せ。
- (3) 線分 PG の長さが R であるとき、 R の値を求めよ。