

2012年 理工学部 第1問

1 次の各問いに答えよ。

(1) 3つの行列の積

$$(x \ y) \begin{pmatrix} 2 & a \\ a & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

の成分が任意の実数 x, y に対し 0 以上となるような実数 a の範囲を不等式で表すと となる。

(2) $\angle B$ が直角の直角三角形 ABC の 2 辺 AB, BC の長さをそれぞれ 3, 1 とする。また, $0 < x < 1$ を満たす x に対し線分 BC を $1 : x$ に外分する点を D とする。いま, $\angle CAD = 2\angle BAC$ が成り立っているとすると, $x =$ であり, $\triangle ACD$ の外接円の半径は である。

(3) 関数 $f(x), g(x)$ が

$$\begin{cases} f(x) = xe^x + 2x \int_0^2 |g(t)| dt - 1 \\ g(x) = x^2 - x \int_0^1 f(t) dt \end{cases}$$

を満たすとき, $\int_0^2 |g(t)| dt$ の値は または である。求める過程も解答欄 (3) に書きなさい。