

2014年工(A)第1問

1 実数  $a, b$  は

$$\begin{cases} 2^{2a} + 5^{2b} = 41 \\ 2^{a-2} \cdot 5^b = 5 \end{cases}$$

を満たす。このとき、

$$2^{2a} + 5^{2b} = (2^a + 5^b)^2 - \boxed{ア} \cdot 2^a \cdot 5^b, \quad 2^{a-2} \cdot 5^b = \frac{1}{\boxed{イ}} \cdot 2^a \cdot 5^b$$

に注意すると、

$$2^a + 5^b = \boxed{ウ} \quad , \quad 2^a \cdot 5^b = \boxed{エオ}$$

$$41 = (2^a + 5^b)^2 - 2 \cdot 20$$

である。解と係数の関係より、 $a, b$  の値は

$$\begin{cases} a = \boxed{カ} \quad 2 \\ b = \boxed{キ} \quad 1 \end{cases} \text{ と } \begin{cases} a = \log_2 \boxed{ク} \quad 5 \\ b = \log_5 \boxed{ケ} \quad 4 \end{cases}$$

$$\therefore (2^a + 5^b)^2 = 81$$

$$2^a + 5^b > 0 \text{ より}$$

$$\underline{2^a + 5^b = 9} //$$

である。

$$2^a \text{ と } 5^b \text{ は } x^2 - 9x + 20 = 0 \text{ の解}$$

$$\therefore (x-4)(x-5) = 0$$

$$x = 4, 5$$

$$2^a = 4, 5^b = 5 \text{ のとき } \rightarrow \underline{a = 2, b = 1} //$$

$$2^a = 5, 5^b = 4 \text{ のとき } \rightarrow \underline{a = \log_2 5, b = \log_5 4} //$$