



2016年医学部第4問

4 n を自然数とし、 $P_k \left(\frac{k}{n}, \log \left(1 + \frac{k}{n} \right) \right)$ ($k = 0, 1, \dots, n$) を平面上の $n+1$ 個の点とする。ただし、 $\log x$ は x の自然対数である。

(1) $k = 1, 2, \dots, n$ のとき、点 P_{k-1} と点 P_k との距離 $P_{k-1}P_k$ に対して

$$\frac{1}{n} \sqrt{1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{k}{n}\right)^2}} < P_{k-1}P_k < \frac{1}{n} \sqrt{1 + \frac{1}{\left(1 + \frac{k-1}{n}\right)^2}}$$

を示せ。

(2) $L_n = \sum_{k=1}^n P_{k-1}P_k$ としたとき $\lim_{n \rightarrow \infty} L_n$ を求めよ。