

2015年 総合政策学部 第2問

2 下図のように、ともに1辺の長さが1の正方形と正三角形がある。正三角形は第1象限と第2象限にあり、底辺は x 軸上にある。底辺の中点を $(a, 0)$ とする。

正方形と正三角形の共通部分の面積を $S(a)$ とすると

$$S(a) = \begin{cases} 0 & a < -\frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{\frac{15}{16}}}{16} \left(a + \frac{17}{18} \right)^2 & -\frac{1}{2} \leq a < \frac{19}{18} \\ \frac{\sqrt{\frac{20}{21}}}{21} - \frac{\sqrt{3}}{2} \left(a - \frac{22}{23} \right)^2 & \frac{21}{23} \leq a < \frac{24}{23} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \left(a + \frac{17}{18} \right)^2 & \frac{24}{23} \leq a < \frac{3}{2} \\ 0 & a \geq \frac{3}{2} \end{cases}$$

であり

$$\int_{-1}^1 S(a) da = \frac{\sqrt{\frac{27}{28}}}{28}$$

である。