



2012年 教育学部・農学部 第2問

2  $C_1$  を, 中心が  $(1, 1)$ , 半径が  $1$  の円とする. 円  $C_2, C_3, C_4, \dots$  を次のように定める.

円  $C_n$  は,  $x$  軸,  $y$  軸および円  $C_{n-1}$  に接し, 円  $C_n$  の半径  $r_n$  は, 円  $C_{n-1}$  の半径  $r_{n-1}$  よりも小さいものとする.

このとき, 次の問に答えよ.

- (1)  $O$  を原点とし,  $n = 2, 3, 4, \dots$  に対して  $P_n$  を  $C_n$  と  $C_{n-1}$  の接点とすると,  $OP_n$  の長さを  $r_n$  で表せ.
- (2)  $r_n$  と  $r_{n-1}$  の関係式を求め, 数列  $\{r_n\}$  が等比数列であることを示せ.
- (3) 円  $C_6$  は, 原点を中心とした半径  $\frac{1}{1000}$  の円の内部に含まれることを示せ.