

2015年理系第4問



4 初めに赤玉2個と白玉2個が入った袋がある。その袋に対して以下の試行を繰り返す。

- (i) まず同時に2個の玉を取り出す。
(ii) その2個の玉が同色であればそのまま袋に戻し、色違いであれば赤玉2個を袋に入れる。
(iii) 最後に白玉1個を袋に追加してかき混ぜ、1回の試行を終える。

n 回目の試行が終わった時点での袋の中の赤玉の個数を X_n とする。

- (1) $X_1 = 3$ となる確率を求めよ。
(2) $X_2 = 3$ となる確率を求めよ。
(3) $X_2 = 3$ であったとき、 $X_1 = 3$ である条件付き確率を求めよ。

(1) 色違いを取り出せばよいので $P(X_1 = 3) = \frac{{}^2C_1 \times {}^2C_1}{{}^4C_2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ //

(2) 1回の試行で

$\left\{ \begin{array}{l} \text{赤玉2個} \rightarrow \text{赤玉の増減なし, 白玉は1個ふえる} \\ \text{白玉2個} \rightarrow \text{ } \\ \text{色違い} \rightarrow \text{赤玉が1個ふえる, 白玉は1個ふえる} \end{array} \right.$

$\therefore X_2 = 3$ となるのは、1回が同色、1回が色違い

$$\therefore \underbrace{\frac{2}{3}}_{\text{色違い}} \times \frac{{}^3C_2 + {}^2C_2}{{}^5C_2} + \underbrace{\frac{1}{3}}_{\text{同色}} \times \frac{3 \times 2}{{}^5C_2} = \frac{7}{15}$$

(3) $X_2 = 3$ となる事象を A , $X_1 = 3$ となる事象を B とおくと。

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{4}{15}}{\frac{7}{15}} = \frac{4}{7}$$