



2014年理系第2問

2 $f(x) = \frac{x}{2^x}$ とし、 $f'(x)$ を $f(x)$ の導関数とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 定数 c を $0 \leq c \leq 2$ とする。このとき、 $0 \leq x \leq 2$ を満たす x に対して、不等式

$$f(x) \leq f'(c)(x - c) + f(c)$$

が成り立つことを示せ。また、等号が成立するのはどのようなときか述べよ。

(2) n を自然数とする。 x_1, x_2, \dots, x_n は 0 以上の実数で、 $x_1 + x_2 + \dots + x_n = 2$ を満たすとする。このとき、不等式

$$f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_n) \leq nf\left(\frac{2}{n}\right)$$

が成り立つことを示せ。また、等号が成立するのはどのようなときか述べよ。