

2012年第7問

7 原点Oを中心とする半径1の円において扇形OABを考える。ただし、点Aは(1, 0)であり、点Bは第1象限にあるとする。扇形OABの中心角は、 x ラジアン $\left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right)$ であるとする。点BからOAにおろした垂線をBC、点Aにおける円の接線が、点Oと点Bを通る直線と交わる点をDとする。以下の問いに答えよ。

- (1) 三角形ODA、三角形OAB、扇形OABの面積を、 x を用いてそれぞれ表せ。
- (2) 不等式 $\cos x < \frac{\sin x}{x} < 1$ が成り立つことを示せ。
- (3) $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\sin x}{x} = 1$ を示せ。ただし、 $x \rightarrow +0$ は、 x が正の値をとりながら限りなく0に近づくことを表す。