

2010年第3問

3  $xy$  平面において、次の円  $C$  と楕円  $E$  を考える。

$$C: x^2 + y^2 = 1$$

$$E: x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$$

また、 $C$  上の点  $P(s, t)$  における  $C$  の接線を  $l$  とする。このとき以下の各問いに答えよ。

(1)  $l$  の方程式を  $s, t$  を用いて表せ。

以下、 $t > 0$  とし、 $E$  が  $l$  から切り取る線分の長さを  $L$  とする。

(2)  $L$  を  $t$  を用いて表せ。

(3)  $P$  が動くとき、 $L$  の最大値を求めよ。

(4)  $L$  が (3) で求めた最大値をとるとき、 $l$  と  $E$  が囲む領域のうち、原点を含まない領域の面積を  $A$  とする。 $A$  の値を求めよ。