



2012年工学部第2問

2 四面体 $OABC$ において、 $OA = 2$ 、 $OB = \sqrt{2}$ 、 $OC = 1$ であり、 $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$ 、 $\angle AOC = \frac{\pi}{3}$ 、 $\angle BOC = \frac{\pi}{4}$ であるとする。また、3点 O 、 A 、 B を含む平面を α とし、点 C から平面 α に下ろした垂線と α との交点を H 、平面 α に関して C と対称な点を K とする。 $\vec{OA} = \vec{a}$ 、 $\vec{OB} = \vec{b}$ 、 $\vec{OC} = \vec{c}$ とおくと、以下の問いに答えよ。

- (1) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 、 $\vec{b} \cdot \vec{c}$ 、 $\vec{c} \cdot \vec{a}$ を求めよ。
- (2) \vec{OH} 、 \vec{OK} を \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} を用いて表せ。
- (3) $\triangle ABC$ の重心を G とし、平面 α 上の点 P で $GP + PC$ を最小にする点を P_0 とする。このとき、 \vec{OP}_0 を \vec{a} 、 \vec{b} を用いて表せ。また、点 P_0 は $\triangle OAB$ の周または内部にあることを示せ。