

2011年海洋工第1問

1 行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$  に対し,  $A^n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix}$ ,  $p_n = \frac{a_n}{c_n}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) とおく.

- (1) 数学的帰納法を用いて,  $a_n = d_n$  および  $b_n = c_n$  が成り立つことを示せ.
- (2)  $p_{n+1}$  を  $p_n$  を用いて表せ.
- (3)  $q_n = \frac{1}{p_n - 1}$  とおくと,  $q_{n+1}$  を  $q_n$  を用いて表せ.
- (4) 数列  $\{p_n\}$  の一般項を求めよ.