

2014年法学部第2問

2 スイッチを入れたとき点灯しない確率が  $p$  である電灯がある。この電灯が、部屋  $A$  には2つ、部屋  $B$  には3つ、部屋  $C$  には4つ設置されていて、どの部屋も、半分以上の電灯が点灯すれば使用でき、半分未満では使用できない。部屋  $A, B, C$  が使用できない確率を、それぞれ  $p_A, p_B, p_C$  とする。

- (1)  $p_B$  を  $p$  を用いて表せ。  
 (2)  $p_A > p_C$  となる  $p$  の範囲を求めよ。

(1) 3つのうち2つ以上が点灯しない確率を求めればよいから、

$$p_B = p^3 + p^2(1-p) \cdot 3C_1$$

$$= \underline{-2p^3 + 3p^2} //$$

(2)  $p_A$  は2つとも点灯しない確率より  $p_A = p^2$

$p_C$  は3つ以上点灯しない確率より、

$$p_C = p^4 + p^3(1-p) \cdot 4C_1$$

$$= -3p^4 + 4p^3$$

$$\therefore p_A > p_C \iff p^2 > -3p^4 + 4p^3$$

$$\iff p^2(3p^2 - 4p + 1) > 0$$

$$\iff p^2(3p-1)(p-1) > 0$$

これは  $p=0.1$  のときは成り立たないので  $0 < p < 1$  とできる。

このとき、 $p^2 > 0$ 、 $p-1 < 0$  より、

$$3p-1 < 0 \quad \therefore p < \frac{1}{3}$$

$$\therefore \underline{0 < p < \frac{1}{3}} //$$