0001730189628999

東北薬科大学

2012年 薬学部 第2問

数理 石井K

$\boxed{2}$ xy 平面に三角形 ABC があり，

$\angle ABC = 60^\circ,\quad \angle BAC = 105^\circ,\quad BC = 1+\sqrt{3}$

であるという．このとき，次の問に答えなさい．

(1) AB $=$ $\boxed{\text{アイ}}$ -1 $+\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$ 3，AC $=\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ 6 である．

(2) 三角形 ABC の面積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{オ}}}\ 3}{\boxed{\text{カ}}\ 2}$ である．

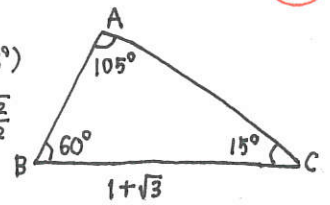
(3) 点 A を通り xy 平面に垂直な直線上の点 D を AD $=4$ となるように xy 平面の上方にとる．また，点 B を通り xy 平面に垂直な直線上の点 E を BE $=3$ となるように xy 平面の上方にとる．また，点 C を通り xy 平面に垂直な直線上の点 F を $\angle DEF = 90^\circ$ となるようにとる．このとき，CF $=$ $\boxed{\text{キ}}$ 2 で，三角形 DEF の面積を S とおくと $S^2 = \dfrac{\boxed{\text{クケ}}\ 13}{\boxed{\text{コ}}\ 4}$ である．

(1)

$\sin 105^\circ = \sin(60^\circ + 45^\circ)$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$

$= \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$



$\sin 15^\circ = \sin(45^\circ - 30^\circ)$

$= \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}$

$= \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

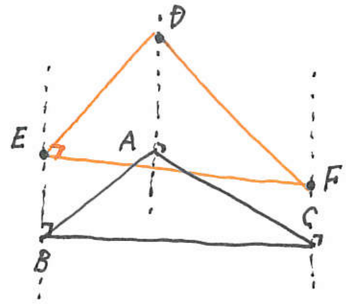
(1)のつづき 正弦定理より．

$\frac{1+\sqrt{3}}{\sin 105^\circ} = \frac{AB}{\sin 15^\circ}$ $\quad\therefore\ \underline{AB = \sqrt{3}-1}$ //

$\frac{1+\sqrt{3}}{\sin 105^\circ} = \frac{AC}{\sin 60^\circ}$ $\quad\therefore\ \underline{AC = \sqrt{6}}$ //

(2) $\triangle ABC = \frac{1}{2}\cdot AB\cdot BC\cdot \sin 60^\circ = \underline{\frac{\sqrt{3}}{2}}$ //

(3) CF $= t$ とおくと，右図より．



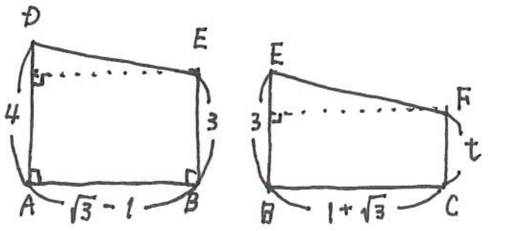
$DE^2 = (\sqrt{3}-1)^2 + 1^2 = 5 - 2\sqrt{3}$

$EF^2 = (1+\sqrt{3})^2 + (3-t)^2 = 13 + 2\sqrt{3} - 6t + t^2$

$DF^2 = (\sqrt{6})^2 + (4-t)^2 = 22 - 8t + t^2$

$\therefore \angle DEF = 90^\circ$ より，

$DF^2 = DE^2 + EF^2$ $\quad\therefore\ \underline{t = 2}$ //



また，$S^2 = \left(\frac{1}{2}\cdot DE\cdot EF\right)^2$

$= \frac{1}{4}\cdot(5-2\sqrt{3})\cdot(5+2\sqrt{3})$

$= \underline{\frac{13}{4}}$ //