

2015年薬学部第2問

2  $xy$  平面上に放物線  $P: y = \frac{1}{4}x^2$  と直線  $l: y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}(a^2 - 1)$  がある。ただし、 $a$  は  $0 < a < \sqrt{33}$  を満たす実数である。  $P$  と  $l$  は異なる2点  $A, B$  で交わり、 $A, B$  の  $x$  座標をそれぞれ  $x_A, x_B$  とおくと、 $x_A < x_B$  である。

次に、線分  $AB$  を1辺とし、線分  $CD$  が  $(0, 8)$  を通る長方形  $ABDC$  をおく。長方形  $ABDC$  の面積を  $S(a)$  とする。このとき、

- (1) 2点  $C, D$  を結ぶ直線の傾きは  $\frac{\boxed{40}}{\boxed{41}}$  であり、線分  $AB$  の長さを  $a$  を用いて表すと  $\sqrt{\boxed{42}}a$  である。  
 (2)  $S(a)$  を  $a$  の式で表すと

$$S(a) = \frac{\boxed{43} \boxed{44}}{\boxed{45}} a^3 + \frac{\boxed{46} \boxed{47}}{\boxed{48}} a$$

である。

また、 $S(a)$  が最大値をとるとき、 $a$  の値は  $\sqrt{\boxed{49} \boxed{50}}$  である。

- (3) 放物線  $P$  と直線  $l$  で囲まれた部分の面積が、 $S(a)$  の3倍であるとき、 $a$  の値は  $\boxed{51} \sqrt{\boxed{52}}$  である。