2011 年 薬学部 第 1 問

数理 石井K

$\boxed{1}$ 関数

$$y=f(x)=\begin{cases}-x^2-12x & (x<0)\\ 3x^2-12x+a & (0\leqq x)\end{cases}$$

を考える．関数 $y=f(x)$ の区間 $0\leqq x\leqq 6$ における最小値が -12 であるという．このとき，次の問に答えなさい．

(1) a の値は $\boxed{ア}$ である．　0

(2) $f(x)=0$ となる x の値を小さい方から並べると $x=\boxed{イウエ}$，$\boxed{オ}$，$\boxed{カ}$ である．　−12　0　4

(3) 曲線 $y=f(x)$ の点 $\mathrm{P}(k,\ -k^2-12k)$（$k<0$ とする）における接線 ℓ が点 $(-1,\ 15)$ を通るという．このとき，k の値は $\boxed{キク}$ である．　−3

(4) 接線 ℓ と曲線 $y=f(x)$ の共有点は点 P と（$\boxed{ケ}$，$\boxed{コサ}$）で，接線 ℓ と曲線 $y=f(x)$ で囲まれる部分の面積は $\boxed{シス}$ である．　3　−9　36

(1) $x\geqq 0$ のとき，$f(x)=3(x-2)^2-12+a$

∴最小値は，$a-12=-12$　∴ $\underline{a=0}$ //

(2) (i) $x<0$ のとき，

$-x^2-12x=0$ より，$-x(x+12)=0$　∴ $x=-12$

(ii) $x\geqq 0$ のとき，

$3x^2-12x=0$ より　$3x(x-4)=0$　∴ $x=0,4$

(i)，(ii) より，$\underline{x=-12,0,4}$ //

(3) $x<0$ において，$f'(x)=-2x-12$ より，$\ell: y=(-2k-12)(x-k)-k^2-12k$

これが $(-1,15)$ を通るので，$15=(-2k-12)(-1-k)-k^2-12k$

これを解くと，$k=1,-3$　$k<0$ より　$\underline{k=-3}$ //

(4) $k=-3$ のとき，$\ell: y=-6x+9$

ℓ と $y=3x^2-12x$ の交点を求めると，$\underline{(3,-9)}$ //

$S=\int_{-3}^{0}-6x+9-(-x^2-12)x\,dx+\int_{0}^{3}-6x+9-(3x^2-12x)\,dx$

$=\underline{36}$ //