東京理科大学

2012年 理（数・物・化） 第1問

$\boxed{1}$ 次の問いに答えよ．

(1) 1から9までの番号が書かれた9個のポールが袋に入っている．この袋の中から1個のボールを取り出し，その番号を確認してからもとに戻す試行を考える．

(ｉ) この試行を3回行ったとき，同じ番号のボールを少なくとも2回取り出す確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}\boxed{\text{エ}}}$ である．

(ii) この試行を2回行ったとき，取り出したボールの番号の差が1以下となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}\boxed{\text{ク}}}$ である．

(2) t を $t>1$ をみたす実数とし，xy 平面上で次の方程式で表される3直線 ℓ_1，ℓ_2，ℓ_3 を考える．

$$\ell_1 : tx-y=0$$
$$\ell_2 : x-ty-t^2=0$$
$$\ell_3 : x+ty-t^2=0$$

ℓ_1，ℓ_2，ℓ_3 で囲まれる三角形の面積を $S(t)$ とし，この三角形の x 軸の上側の部分の面積を $S_1(t)$，x 軸の下側の部分の面積を $S_2(t)$ とする．

(ｉ) $S_2(t)=2S_1(t)$ となる t の値は $t=\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$ である．

(ii) $S(t)=\dfrac{t^{\boxed{\text{コ}}}}{t^{\boxed{\text{サ}}}-\boxed{\text{シ}}}$ であり，$S(t)$ を t で微分して符号を調べることにより，$S(t)$ は $t=\left(\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}\right)^{\frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}}$ で最小値をとることがわかり，最小値は

$$\frac{7}{\boxed{\text{チ}}}\left(\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}\right)^{\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}}$$

となる．

(3) p を実数とし，方程式 $x^3-px^2-\dfrac{13}{4}x+\dfrac{15}{8}=0$ は3つの実数解 a，b，c $(a>b>c)$ をもつとする．$a+c=2b$ をみたすとき，

$$a=\frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}},\quad b=\frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}},\quad c=\frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}},\quad p=\frac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$$

である．

(4) Oを原点とする空間内に3点A，B，Cがある．

$$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|=2,\quad |\overrightarrow{\mathrm{OB}}|=1,\quad |\overrightarrow{\mathrm{OC}}|=3$$

であり，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ のどの2つのなす角も $\dfrac{\pi}{3}$ であるとする．Gを△ABCの重心とし，MをABの中

点，N を BC の中点，L を MN の中点とする．このとき，

$$|\overrightarrow{\mathrm{OG}}| = \frac{\boxed{\text{ホ}}}{\boxed{\text{マ}}}, \quad |\overrightarrow{\mathrm{GL}}| = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ミ}}\boxed{\text{ム}}}}{\boxed{\text{メ}}\boxed{\text{モ}}}$$

である．